



Михаил КРЕТОВ, актуарий Департамента развития страховых продуктов, ООО «Первая страховая компания»

# Расчет премии за риск, связанный с колебаниями курсов валют

В статье представлена методика и пример расчета премии за риск страховщика, связанный с волатильностью курсов валют. Методика разработана в целях обеспечения финансовой устойчивости страховщика, несущего на себе риск колебания курса валют. Главной идеей является распределение бремени на покрытие риска волатильности валют между страхователями, заключающими договоры в различные временные периоды.

## Актуальность темы

Многие страховые компании в последнее время подвергаются тщательным проверкам со стороны ФССН, и требования Надзора зачастую выходят за рамки конвенциальных устранений ошибок в заключении договора, неправильно посчитанной







страховой премии и т.д. ФССН может потребовать предоставить, скажем, методику расчета премии за риск, связанный с колебанием курса валют. Причем, сама ФССН никак не регламентирует действия страховых компаний в данных областях ведения страхового дела.

В случае если страховые резервы не формируются отдельно по валютным договорам (договоры, для которых страховая премия и сумма определены в иностранной валюте, и взаиморасчеты премий и выплат производятся эквивалентно определенной сумме по курсу ЦБ на дату транзакций), то у страховщика возникает дополнительный риск, связанный с колебанием курса валют.

### Методология расчета

За основу для расчета взята динамика курса валюты ЦБ (в качестве примера – доллар США) в период за 2008-2009 гг. Этот период характерен чрезвычайно низкой волатильностью в начале 2008 (благодаря воздействию на курс доллара со стороны ЦБ) и резкими всплесками курса в начале 2009 (вследствие глобального экономического кризиса).

График 1. Динамика курса доллара США в 2008-2009 годах

Будем рассматривать изменение курса валют как случайную величину, зависящую от неизвестной нам совокупности факторов. В расчетах используется два варианта изменения курса валют:







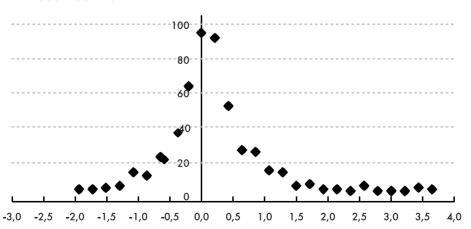
- абсолютное изменение  $V_i = R_{i+n} R_i$
- и относительное изменение  $V_i = \frac{R_{i+n} R_i}{R_i}$

где  $R_i$  – курс рассматриваемой валюты на некоторую дату  $\mathbf{i}$ ;  $R_{i+n}$  – курс доллара как минимум на  $\mathbf{n}$  календарных дней позже даты  $\mathbf{i}$  либо на ближайший банковский день, следующий за датой  $\mathbf{i+n}$ .

Абсолютное изменение рассматривается исходя из предположения о том, что имеется некоторая точка равновесия, к которой стремится курс валют (что обоснованно принципом отсутствия арбитража в свободном экономическом пространстве). Таким образом, функция изменения курса имеет линейный вид. Изучение относительного изменения подразумевает пропорциональную зависимость изменения от самого значения курса валют. Такой подход обычно применим к фондовым рынкам, где прослеживается экспоненциальный рост стоимости ценных бумаг.

Поскольку негативным образом на финансовое состояние компании может повлиять только увеличение курса валют, то для определения степени риска, связанного с увеличением курса валют, рассмотрим распределение изменения курса валют за период действия договора продолжительностью **n** дней на протяжении 2008 – 2009 годов.

График 2. Распределение еженедельного изменения курса доллара США в 2008-2009 гг.







Подавляющее большинство договоров страхования заключаются сроком от 1 недели (например, страхование грузов, страхование граждан выезжающих за рубеж) до 1 года (страхование имущества, страхование транспорта).

Расчет риска увеличения курса валют по первичным данным производился отдельно для периодов 1 неделя, 1 месяц и 2 месяца, далее посредствам регрессионного анализа определялась степень риска для больших периодов.

В расчете не рассматривалась индивидуальная модель определения степени риска для одного договора в отдельности, напротив, рассматривалась коллективная модель распределения риска по всему портфелю валютных договоров.

Распределение всех (например, еженедельных) колебаний валют на протяжении 2008-2009 гг. рассматривается как одна выборка из изучаемой совокупности.

Согласно теореме о центральном пределе, независимо от характера распределения выборки или даже основополагающей совокупности, распределение математического ожидания выборки (sampling distribution of sample means) стремится к нормальному распределению с увеличением ее численности. Можно считать распределение математических ожиданий выборок нормальным при численности выборки  $\mathbf{m} > 30$ . Количество еженедельных колебаний за 2008-2009 гг. равно количеству банковских дней за оба эти года, уменьшенное на 5 (количество банковских дней за неделю), итого  $\mathbf{m} = 493$ . Если валютные договоры в компании заключаются на ежедневной основе, то размеры предполагаемых выборок можно считать сопоставимыми.

При этом мерой дисперсии математических ожиданий принято считать среднеквадратичную погрешность (standard error):

$$Sterr = \frac{Sd}{\sqrt{m}}$$

где Sd – стандартное отклонение членов совокупности от математического ожидания

и 
$$Sd = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} (V_j - E(V))^2}{m-1}}$$





Расчет премии за риск

где V– массив изменений ежедневного курса  $R_i$  за некоторый период n дней (еженедельных изменений n=7, ежемесячных изменений n = 30 и т.д.)

$$V_i = R_{i+n} - R_i$$
:

E(V) – математическое ожидание изменения курса валют.

Для покрытия риска колебания курса валют рассчитывается премия, на один договор или на 1 доллар поступлений от страхователя, обеспечивающая:

- покрытие убытка, связанного с наблюдаемой тенденцией роста курса доллара на протяжение последних двух лет
- покрытие риска, связанного с возможным отклонением от этой тенденции в худшую для страховщика сторону (в сторону еще большего увеличения курса валют) на протяжении рассматриваемого периода.

Для обеспечения гарантии того, что изменение курса валюты не превысит своего ожидаемого значения, с вероятностью в 97,5% используем **z** – таблицу (сопряженности стандартного нормального распределения):

Таблица 2. Z-таблица сопряженности стандартного нормального распределения (фрагмент)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817

и находим критическое значение Cv (critical value).

$$Cv = 1.96 \cdot Sterr \approx 1.96 \frac{Sta}{\sqrt{m}}$$

где Sta – стандартное отклонение членов выборки от своего математического ожидания





$$Sta = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m} (V_j - E(V))^2}{m}} \approx Sd$$
 для m>>30

На самом деле, стандартное отклонение изменения курса валют не является некоторой фиксированной величиной, но может изменяться со временем.

Так например, стандартное отклонение еженедельных изменений курса валют в своем абсолютном значении за весь рассматриваемый период составило 0,61 руб., а за последние 300 наблюдений – 0,75 руб.

Такие изменения описывает модель Гарха. В настоящих целях расчета премии за риск волатильности валют опустим тему изменения распределения со временем и будем рассматривать двухлетний период как достаточный для достоверного непредвзятого набора случайных величин.

Итак, премия за риск волатильности валют Р равна:

$$P = E(V) + 1.96 \cdot \frac{Sta}{\sqrt{m}}$$
 при  $\delta \begin{cases} \geqslant 60 \longrightarrow n = \frac{\delta}{2} & \text{где } \delta - \text{срок} \\ < 60 \longrightarrow n = \delta & \text{действия} \\ & \text{договора (дни)} \end{cases}$ 

В случае рассмотрения колебаний в своем абсолютном значении, премия указана в рублях и взимается с 1 доллара страховой премии при единовременной оплате или с 1 доллара очередного платежа при оплате в рассрочку.

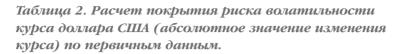
Периодом, для которого рассчитывается премия за риск волатильности валют, является половина периода действия договора страхования, т.к. расторжения и страховые выплаты могут происходить в любой день действия договора и в среднем приходятся на середину периода действия договора. Это условие не должно распространяться на краткосрочные договоры, где средний срок урегулирования составляет значительную долю периода действия договора.

## Пример вычислений

Результаты по трем рассматриваемым периодам: 1, 4 и 8 недель при абсолютном изменении курса доллара США:







Период (недели)	количество наблюдений	стандартное отклонение	мат. ожи- дание	среднеква- дратичная погрешность	Покрытие риска (рубли)	Покрытие риска % от среднего значения. курса
1	493	0,61287	0,05196	0,0541001	0,106062	0,37%
4	476	1,42661	0,19265	0,1281619	0,320814	1,12%
8	456	2,50267	0,42496	0,2297089	0,654666	2,29%

В качестве примера рассматривается некоторая выборка значений изменения курса валют, обозначим:

Sj - выборка значений изменения курса валют за период j недель;

Sw - выборка значений изменения курса валют за период 1 неделя

Предположим что Sj это выборка с периодом изменения курса в j-тое количество недель, каждый член которой представляет собой сумму j членов недельной выборки Sw. Иначе Sj можно представить как сумму из j выборок Sw.

Согласно так называемой первой фундаментальной загадке вероятности, математическое ожидание рассматриваемой выборки Sj будет пропорционально j вне зависимости от степени корреляции между величинами составляющих ее выборок Sw.

$$Avr = j \cdot E(V)$$

что и подтверждается полученными значениями математических ожиданий по выборкам с периодами изменения курса в 1 и 2 месяца (таблица 2).

Согласно закону суммы вариаций, вариация выборки Sj, равна сумме вариаций выборок Sw в случае абсолютно независимых событий w, иначе необходимо учитывать коэффициент корреляции следующим образом:

$$\sigma_{j}^{2} = \sigma_{w1}^{2} + \sigma_{w2}^{2} + 2\sigma_{w1} \cdot \sigma_{w2} \cdot \rho$$





где  $\sigma_j$  - стандартное отклонение выборки Sj;  $\sigma_{w1,2}$  - стандартные отклонения выборок Sw;  $\rho$  - коэффициент корреляции между выборками Sw.

 $^{\scriptsize{\textcircled{\scriptsize{0}}}}$ 

Количество наблюдений выборки Sw на рассматриваемом диапазоне значений зависит от количества выборок Sw (недельных периодов, j), составляющих суммарную выборку Sj, и равно-

$$C = \frac{m}{j} = \frac{493}{j}$$

Если значение С достаточно велико ( C >> 30), то стандартные отклонения  $\sigma_{w1,\,2}$ , как и стандартное отклонение совокупной выборки Sd, примерно равны между собой.

Значение С удовлетворяет неравенству на диапазоне 1-8 недель (С  $\geqslant$  62), поэтому выборки с большим периодом не использовались для определения Sd.

Итак, уравнение, характеризующее значение стандартного отклонения выборки Sj, приобретает вид:

$$\sigma_{j}^{2} = \sigma_{w}^{2} + \sigma_{w}^{2} + 2\sigma_{w} \cdot \sigma_{w} \cdot \rho = 2 \cdot \sigma_{w}^{2} + 2 \cdot \sigma_{w}^{2} \cdot \rho; \qquad \rho \begin{cases} 1 \longrightarrow \sigma_{j} = \sigma_{w} \cdot j \\ 0 \longrightarrow \sigma_{j} = \sigma_{w} \cdot \sqrt{j} \end{cases}$$

для полностью коррелированных и для независимых событий w. Это равенство действительно при любом значении j:

$$\sigma_j^2 = \sigma_{w1}^2 + \sigma_{w2}^2 + 2\sigma_{w1} \cdot \sigma_{w2} \cdot \rho$$

Представим Sj , состоящее из Sf  $_1$  и Sf  $_2$ , где

 ${
m Sf}_1, {
m Sf}_2$  – выборки значений изменения курса валют за период f недель.

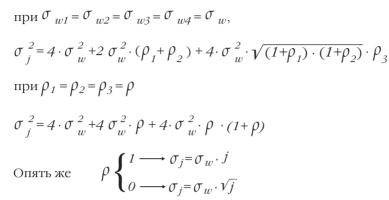
В свою очередь, Sf $_1$ состоит из Sw $_1$  и Sw $_2$ , а Sf $_2$ состоит из Sw $_3$  и Sw $_4$ , таким образом ј = 4 тогда:

$$\sigma_{j}^{2} = \sigma_{f1}^{2} + \sigma_{f2}^{2} + 2\sigma_{f1} \cdot \sigma_{f2} \cdot \rho ;$$

$$\sigma_{j}^{2} = \sigma_{w1}^{2} + \sigma_{w2}^{2} + 2\sigma_{w1} \cdot \sigma_{w2} \cdot \rho_{1} + \sigma_{w3}^{2} + \sigma_{w4}^{2} + 2 \cdot \sigma_{w3} \cdot \sigma_{w4} \cdot \rho_{2} + 2 \cdot \sqrt{(\sigma_{w1}^{2} + \sigma_{w2}^{2} + 2 \cdot \sigma_{w1} \cdot \sigma_{w2} \cdot \rho_{1}) \cdot (\sigma_{w3}^{2} + \sigma_{w4}^{2} + 2 \cdot \sigma_{w3} \cdot \sigma_{w4} \cdot \rho_{2}) \cdot \rho_{3}}$$







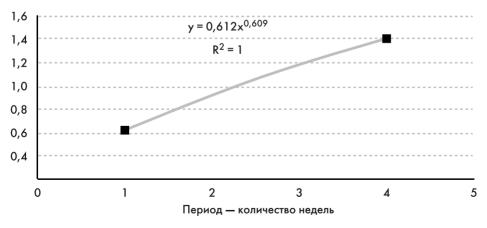
Общий вид включает частично коррелированные события, коими и являются в действительности последовательные еженедельные изменения курсов валют:

$$\sigma_{j} = \sigma_{w} \cdot j^{\frac{1}{k}}$$
 для  $2 \geqslant k \geqslant 1$ 

Для определения значения стандартного отклонения на больших периодах измерения построим функцию вида

 $y = a \cdot x^{\frac{1}{k}}$  по первым двум имеющимся точкам.

График 3. Стандартное отклонение распределения сумм выборок — относительное изменение



Итак, имеем степенную зависимость вида:  $Sd = 0.612 \cdot i^{0.609}$ 





Далее рассмотрим результаты по 3-м периодам: 1, 4 и 8 недель при относительном изменении курса доллара США:

Таблица 3. Расчет покрытия риска волатильности курса доллара США (относительное значение изменения курса) по первичным данным.

Период Недели	кол-во Наблюдений	Стандартное Отклонение	мат. ожидание	ср.квадр. Погрешность	Покрытие Риска
1	493	0,01994	0,00215	0,00176	0,39%
4	476	0,04817	0,00869	0,00433	1,30%
8	456	0,08726	0,01980	0,00801	2,78%

График 5. Стандартное отклонение распределения сумм выборок — относительное изменение



В результате имеем степенную зависимость вида

$$Sd = 0.019 \cdot j^{0.636}$$

## Обсуждение результатов

Из таблицы 3 видно, что модель относительного изменения курса валют (2) менее точна в описании интересующих нас зависимостей – математического ожидания и дисперсии – от периода изменений курса валют, чем модель абсолютного изменения курса валют(1).





77

Расчет премии за риск

Для j=8  $Avr = j \cdot E(V)$ 

(1) 
$$Avr = j \cdot E(V) = 8 \cdot 0.05196 = 0.4157 \neq 0.4250;$$
  $Er = \frac{0.4250 - 0.4157}{0.4250} = 2.2\%$ 

(2) 
$$Avr = j \cdot E(V) = 8 \cdot 0.00215 = 0.0172 \neq 0.0198;$$
  $Er = \frac{0.0198 - 0.0172}{0.0198} = 13\%$ 

$$\sigma_{j} = \sigma_{w} \cdot j^{\frac{1}{k}}$$

(1) 
$$\sigma_j = \sigma_w + j \frac{1}{k} = 0.612 \cdot 8^{0.609} = 2.1714 \neq 2.5027$$
;  $Er = \frac{2.5027 - 2.1714}{2.5027} = 13\%$ 

(2) 
$$\sigma_j = \sigma_w + j \frac{1}{k} = 0.019 \cdot 8^{0.636} = 0.0713 \neq 0.0873; Er = \frac{0.0873 - 0.0713}{0.0873} = 18\%$$

где Er – погрешность вычисления.

Однако, несмотря на меньшую точность, модель относительного изменения курса валют более консервативна в определении математического ожидания изменения курса и удобна в применении.

Выбор в пользу модели относительного изменения обоснован еще и характером распределений еженедельных изменений курсов валют по значению курса на начало периода (недели). График указывает на нелинейную зависимость модального изменения курса от значения курса.

В расчете используются результаты, полученные при рассмотрении распределения относительного изменения курса валют.





Таблица 4. Окончательный расчет покрытия риска волатильности курса доллара США – относительное изменение курса

срок дей- ствия дого- вора		стандартное отклонение	математиче- ское ожидание	волатильность	покрытие риска	коэффициент риска вола- тильности (Крв)*
месяцев	недель					
0	1	0,0190	0,00215	0,39%	0,39%	1,0039
0	2	0,0295	0,00430	0,70%	0,70%	1,0070
0	3	0,0382	0,00646	1,00%	1,00%	1,0100
1	4	0,0459	0,00861	1,28%	1,28%	1,0128
2	8	0,0713	0,01722	2,38%	1,28%	1,0128
3	13	0,0971	0,02798	3,69%	1,83%	1,0183
4	17	0,1152	0,03659	4,72%	2,38%	1,0238
6	26	0,1509	0,05596	6,98%	3,69%	1,0369
9	39	0,1953	0,08394	10,19%	4,72%	1,0472
12	52	0,2345	0,11192	13,34%	6,98%	1,0698

<sup>\*</sup> Коэффициент  $\mathbf{K_{pB}}$  применяется наравне с иными поправочными коэффициентами к страховому тарифу в зависимости от срока действия договора. Перерасчет коэффициента  $\mathbf{K_{pB}}$  может производится страховщиком ежегодно с учетом изменения статистики курсовых показателей.

## Практические выводы

Основная часть риска при заключении долгосрочного договора страхования (см. таблицу 4: срок действия 9 месяцев и более) приходится на ожидаемое значение изменения курса валют на этом промежутке времени. Однако при рассмотрении меньших периодов, тенденция роста курса валют играет меньшее значение—здесь превалирует риск случайных колебаний.

То есть, при заключении договора страхования грузов, например на период транспортировки 2 недели ожидаемое среднее значение изменения курса валюты равно 0.43% – значение небольшое, по сравнению с погрешностью при определении тарифа. С учетом риска превышения колебанием своего среднего значения, плата за риск составляет 0,7% от премии.

На фоне убыточности в допустим 70%, РВД в 25% и прибыли в 5%, расходы связанные с возможными изменениями курсо-







вой разницы в 0.7% снижают прибыль страховщика на 14% что уже является значительно более ощутимым показателем. На самом деле, если портфель страховщика не содержит большого количества валютных договоров, то риск колебания курса не повлияет существенным образом на финансовое состояние страховщика.

Если же портфель страховщика несет существенную долю валютных договоров, то для полной элиминации риска волатильности валют достаточно формировать страховые резервы отдельно по валютным договорам.

Формировать резервы отдельно по валютным договорам может оказаться довольно трудоемким процессом (хоть и оправданным), и тогда, возникает необходимость заложить большую нагрузку на страховой тариф.

### Пределы применения

Представленная в статъе методика является универсальным механизмом расчета премии за риск, связанный с волатильностью курса валют, применимым к любым другим валютам помимо доллара США и российского рубля на любых иных временных периодах. Универсальность методики обусловлена дедуктивным подходом с использованием элементарных основ теории вероятности. Статистические данные лишь только подтверждают приведенные в рассуждениях тождества.

В свою очередь, автор не стремится с какой либо точностью спрогнозировать поведение курса валют, методика лишь позволяет рассчитать риск колебаний курса, базируясь на предположении о том, что представленная выборка является достоверным непредвзятым показателем колебания курса на всем временном периоде (бесконечность).

То есть, если такие события как экономический дефолт и полное обесценивание национальной валюты не попали в рассматриваемый диапазон данных, то они могут в недостаточной степени быть учтены в последующих расчетах. Однако, экономический дефолт происходит грубо говоря один – два раза в 100 лет, это событие и выходит за рамки определенной нами гарантии безопасности в 97.5%.

Учитывая статистический характер затронутой темы, автор данной статьи будет признателен за любые комментарии и критику в адрес изложенных в публикации суждений.





